

# Théories de l'intrus pour la vérification des protocoles cryptographiques

Vincent Bernat

LSV, CNRS & ENS de Cachan, UMR 8643

7 juin 2006

# Protéger ses communications

## Applications nécessitant la confidentialité

- Achats sur Internet
- Réseaux sans fil (wifi)
- Transactions bancaires
- Communications téléphoniques (GSM)

Une solution pour protéger ses communications : la **cryptographie**.

# Protéger ses communications

## Applications nécessitant la confidentialité

- Achats sur Internet
- Réseaux sans fil (wifi)
- Transactions bancaires
- Communications téléphoniques (GSM)

Une solution pour protéger ses communications : la **cryptographie**.

# Cryptographie classique

**Chiffrer** signifie rendre un message inintelligible à celui qui ne dispose pas de la **clef** nécessaire.

**Déchiffrer** signifie rendre un message chiffré sous sa forme originale en utilisant la **clef prévue à cet effet**.

**Décrypter** consiste à retrouver le message d'origine **sans connaître la clef** nécessaire à cette opération.

Le chiffrement permet donc de protéger des communications. Il existe de multiples techniques pour réaliser ce chiffrement. Il existe aussi des **attaques** !

# Cryptographie classique

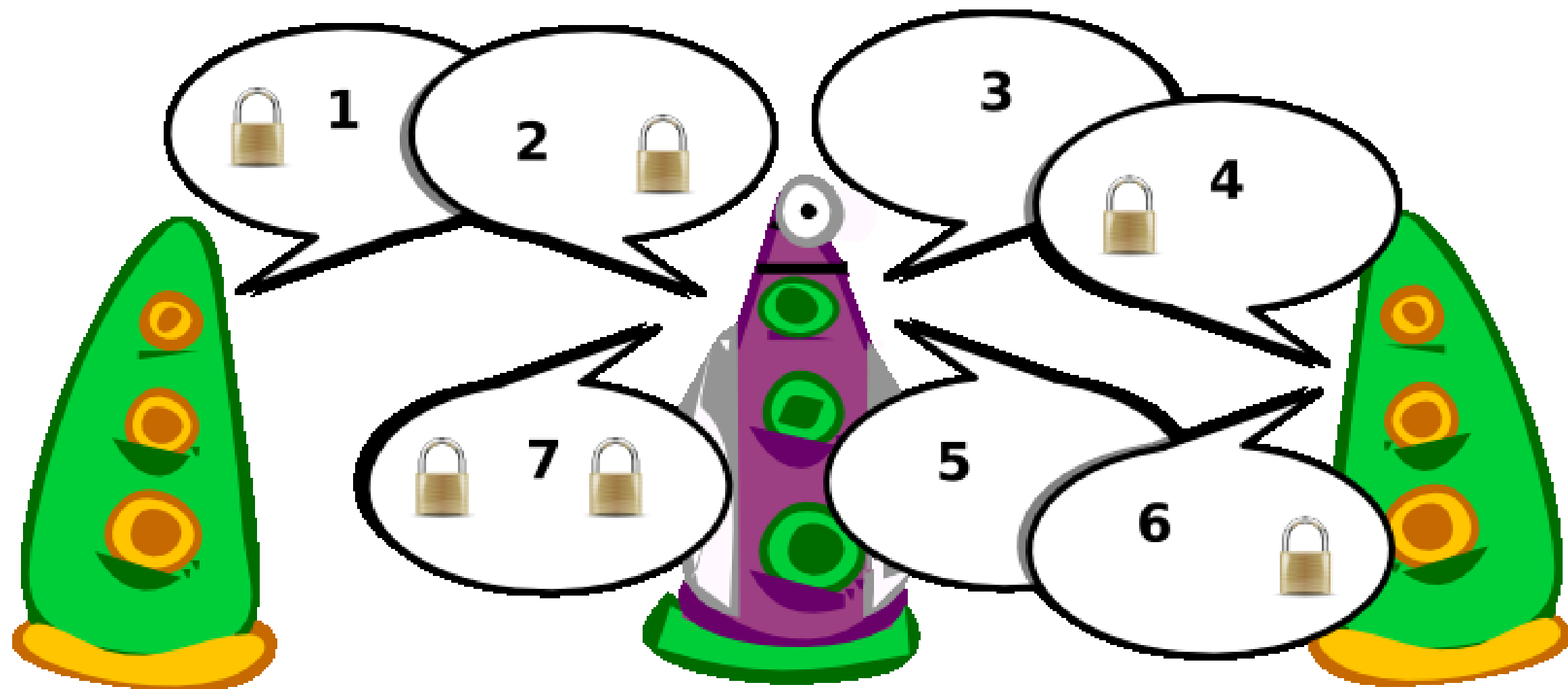
**Chiffrer** signifie rendre un message inintelligible à celui qui ne dispose pas de la **clef** nécessaire.

**Déchiffrer** signifie rendre un message chiffré sous sa forme originale en utilisant la **clef prévue à cet effet**.

**Décrypter** consiste à retrouver le message d'origine **sans connaître la clef** nécessaire à cette opération.

Le chiffrement permet donc de protéger des communications. Il existe de multiples techniques pour réaliser ce chiffrement. Il existe aussi des **attaques** !

# Protocole cryptographique



Un **protocole cryptographique** est un ensemble de **règles** pour échanger des **messages** en utilisant des **primitives cryptographiques**.

# Abstraction des messages

- Les **primitives cryptographiques** sont idéalisées : ce sont des **boîtes noires**.
- Les messages sont des **termes** échangés entre des **acteurs**.
- L'opération de chiffrement du message  $m$  par la clef  $k$  est écrite  $\{m\}_k$ .
- On utilise des **nonces** qui sont des constantes tirées aléatoirement impossibles à deviner :  $N_A$ .

Il est possible de trouver des **attaques contre des protocoles** sans utiliser d'**attaques contre le chiffrement**.

# Abstraction des messages

- Les **primitives cryptographiques** sont idéalisées : ce sont des **boîtes noires**.
- Les messages sont des **termes** échangés entre des **acteurs**.
- L'opération de chiffrement du message  $m$  par la clef  $k$  est écrite  $\{m\}_k$ .
- On utilise des **nonces** qui sont des constantes tirées aléatoirement impossibles à deviner :  $N_A$ .

Il est possible de trouver des attaques contre des protocoles sans utiliser d'attaques contre le chiffrement.



# Abstraction des messages

- Les **primitives cryptographiques** sont idéalisées : ce sont des **boîtes noires**.
- Les messages sont des **termes** échangés entre des **acteurs**.
- L'opération de chiffrement du message  $m$  par la clef  $k$  est écrite  $\{m\}_k$ .
- On utilise des **nonces** qui sont des constantes tirées aléatoirement impossibles à deviner :  $N_A$ .

Il est possible de trouver des **attaques contre des protocoles** sans utiliser d'**attaques contre le chiffrement**.

# Abstraction des messages

- Les **primitives cryptographiques** sont idéalisées : ce sont des **boîtes noires**.
- Les messages sont des **termes** échangés entre des **acteurs**.
- L'opération de chiffrement du message  $m$  par la clef  $k$  est écrite  $\{m\}_k$ .
- On utilise des **nonces** qui sont des constantes tirées aléatoirement impossibles à deviner :  $N_A$ .

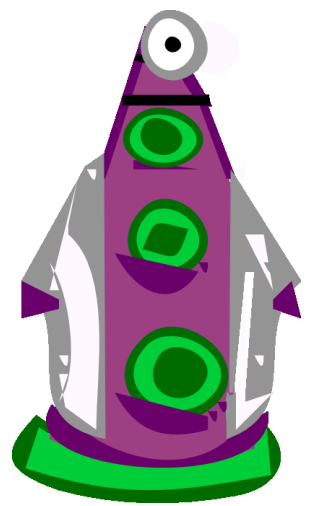
Il est possible de trouver des **attaques contre des protocoles** sans utiliser d'**attaques contre le chiffrement**.

# Abstraction des messages

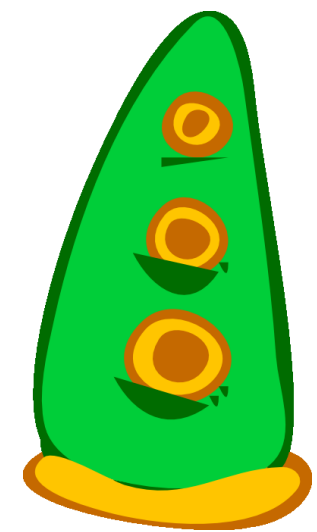
- Les **primitives cryptographiques** sont idéalisées : ce sont des **boîtes noires**.
- Les messages sont des **termes** échangés entre des **acteurs**.
- L'opération de chiffrement du message  $m$  par la clef  $k$  est écrite  $\{m\}_k$ .
- On utilise des **nonces** qui sont des constantes tirées aléatoirement impossibles à deviner :  $N_A$ .

Il est possible de trouver des **attaques contre des protocoles** sans utiliser d'**attaques contre le chiffrement**.

# Un exemple : Needham-Schroeder



Alice

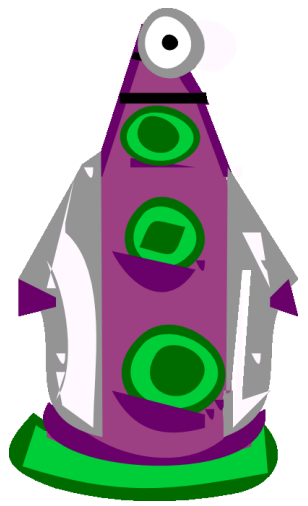
$$\begin{array}{l}
 A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)} \\
 B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)} \\
 A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}
 \end{array}$$


Bob

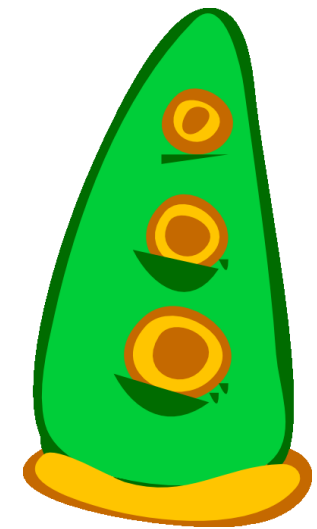
$N_B$  est-il un **secret** entre les deux acteurs ?

Ce protocole date de **1978**. Une attaque a été trouvée en **1995** par G. Lowe !

# Un exemple : Needham-Schroeder



Alice

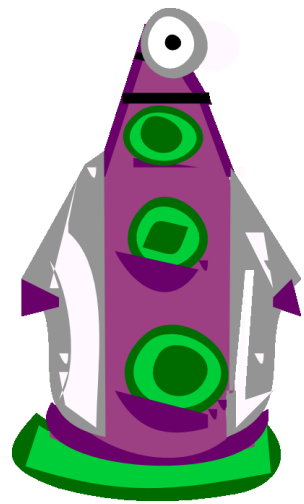
$$\begin{array}{l}
 A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)} \\
 B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)} \\
 A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}
 \end{array}$$


Bob

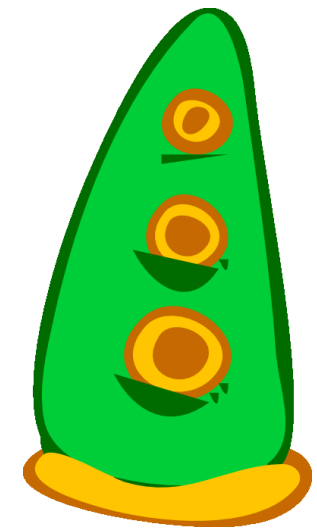
$N_B$  est-il un **secret** entre les deux acteurs ?

Ce protocole date de 1978. Une attaque a été trouvée en 1995 par G. Lowe !

# Un exemple : Needham-Schroeder



Alice

$$\begin{array}{l}
 A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)} \\
 B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)} \\
 A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}
 \end{array}$$


Bob

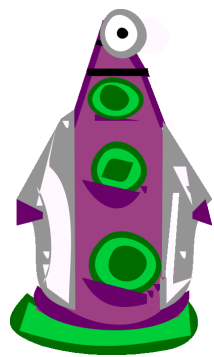
$N_B$  est-il un **secret** entre les deux acteurs ?

Ce protocole date de **1978**. Une attaque a été trouvée en **1995** par G. Lowe !

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A$   $\{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I$   $\{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

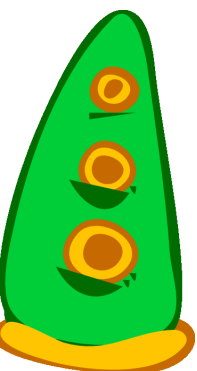


Intrus

$I \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$A \rightarrow I$   $\{N_B\}_{\text{pub}(I)}$

$I(A) \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A)$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$



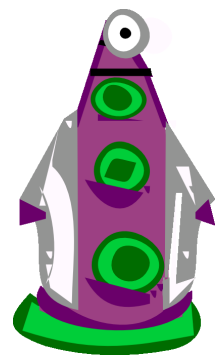
Bob

$I(A) \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A \quad \{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I \quad \{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

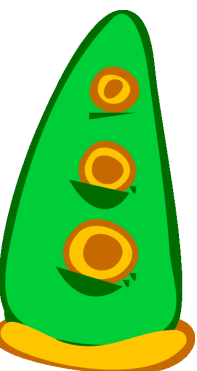


Intrus

$I \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$A \rightarrow I \quad \{N_B\}_{\text{pub}(I)}$

$I(A) \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A) \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$



Bob

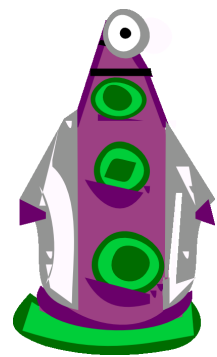
$I(A) \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A$   $\{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I$   $\{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



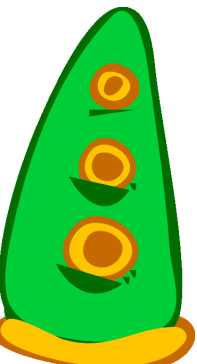
Alice

$A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$



Intrus

$I(A) \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A)$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$



Bob

$I \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

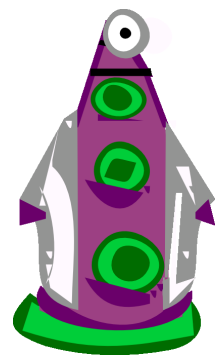
$A \rightarrow I$   $\{N_B\}_{\text{pub}(I)}$

$I(A) \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A \quad \{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I \quad \{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

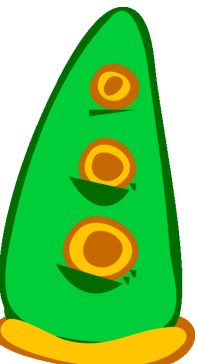


Intrus

$I \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$A \rightarrow I \quad \{N_B\}_{\text{pub}(I)}$

$I(A) \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A) \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$



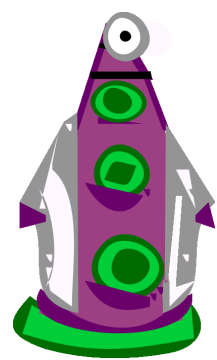
Bob

$I(A) \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A$   $\{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I$   $\{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

$I \rightarrow A$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

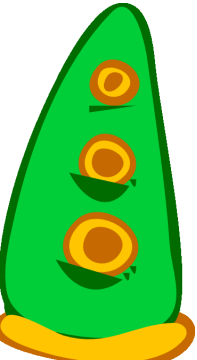
$A \rightarrow I$   $\{N_B\}_{\text{pub}(I)}$



Intrus

$I(A) \rightarrow B$   $\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A)$   $\{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$I(A) \rightarrow B$   $\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$

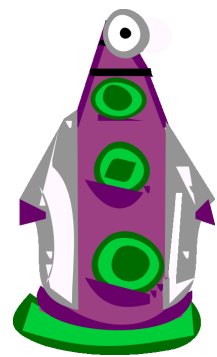


Bob

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A \quad \{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I \quad \{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

$I \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

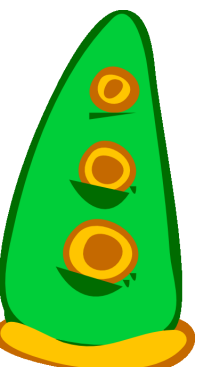
$A \rightarrow I \quad \{N_B\}_{\text{pub}(I)}$



Intrus

$I(A) \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A) \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$I(A) \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$

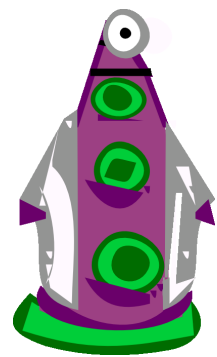


Bob

# Une attaque sur Needham-Schroeder

★  $A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$   
 ★  $I \rightarrow A \quad \{N_A, N_I\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow I \quad \{N_I\}_{\text{pub}(I)}$

★  $A \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 ★  $B \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$   
 ★  $A \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Alice

$A \rightarrow I \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(I)}$

$I \rightarrow A \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

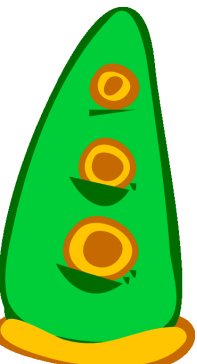
$A \rightarrow I \quad \{N_B\}_{\text{pub}(I)}$



Intrus

$I(A) \rightarrow B \quad \{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$   
 $B \rightarrow I(A) \quad \{N_A, N_B\}_{\text{pub}(A)}$

$I(A) \rightarrow B \quad \{N_B\}_{\text{pub}(B)}$



Bob

# L'intrus de Dolev-Yao



## Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



## Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



## Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - crypter un message
  - déchiffrer un message

Ce modèle d'intrus date de 1981.



# L'intrus de Dolev-Yao



## Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message s'il connaît la clef

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message s'il connaît la clef

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message **s'il connaît la clef**

Ce modèle d'intrus date de 1981.

# L'intrus de Dolev-Yao



Capacités de l'intrus :

- Contrôler le réseau
  - lire tout message y circulant
  - détruire un message
  - Injecter un message
- Cryptographie parfaite
  - chiffrer un message
  - déchiffrer un message **s'il connaît la clef**

Ce modèle d'intrus date de **1981**.

# Raffinement du modèle de l'intrus



Actuellement, de nombreuses applications nécessitent un modèle d'intrus disposant de **capacités supplémentaires** :

- sécurisation d'un réseau sans-fil (WEP)
- porte-monnaie électronique
- vote électronique
- vidéo à la demande

La modélisation de l'intrus est **différente** dans chacune de ces applications.

# Raffinement du modèle de l'intrus



Actuellement, de nombreuses applications nécessitent un modèle d'intrus disposant de **capacités supplémentaires** :

- sécurisation d'un réseau sans-fil (WEP)
- porte-monnaie électronique
- vote électronique
- vidéo à la demande

La modélisation de l'intrus est **différente** dans chacune de ces applications.

# Raffinement du modèle de l'intrus



Actuellement, de nombreuses applications nécessitent un modèle d'intrus disposant de **capacités supplémentaires** :

- sécurisation d'un réseau sans-fil (WEP)
- porte-monnaie électronique
- vote électronique
- vidéo à la demande

La modélisation de l'intrus est **différente** dans chacune de ces applications.



# Raffinement du modèle de l'intrus



Actuellement, de nombreuses applications nécessitent un modèle d'intrus disposant de **capacités supplémentaires** :

- sécurisation d'un réseau sans-fil (WEP)
- porte-monnaie électronique
- vote électronique
- vidéo à la demande

La modélisation de l'intrus est **différente** dans chacune de ces applications.

# Objectif

- Prendre en paramètre la **théorie de l'intrus** dans le cadre de la **vérification automatique** des protocoles et traiter de manière uniforme les cas nombre **fixe et non borné de sessions**.

# Des résultats de vérification automatique

- Problème de déduction de l'intrus : [Comon-Lundh, Treinen, 2003]
- Problème de sécurité :
  - Intrus de Dolev-Yao : [Amadio, Lugiez, 2000] et [Rusinowitch, Turuani, 2001]
  - Cas du « ou exclusif » : [Chevalier, Küsters, Rusinowitch, Turuani, 2003] et [Comon-Lundh, Shmatikov, 2003]
  - « ou exclusif » et homomorphisme : [Delaune, Lafourcade, Lugiez, Treinen, 2006]
  - Diffie-Hellman : [Chevalier, Küster, Rusinowitch, Turuani, 2003]
  - CBC et camouflage : [Cortier, Rusinowitch, Zalinescu, 2005]
  - Chiffrement probabiliste et attaques par dictionnaire : [Delaune, Jacquemard, 2004]

# Des résultats de vérification automatique

- Problème de déduction de l'intrus : [Comon-Lundh, Treinen, 2003]
- Problème de sécurité :
  - Intrus de Dolev-Yao : [Amadio, Lugiez, 2000] et [Rusinowitch, Turuani, 2001]
  - Cas du « ou exclusif » : [Chevalier, Küsters, Rusinowitch, Turuani, 2003] et [Comon-Lundh, Shmatikov, 2003]
  - « ou exclusif » et homomorphisme : [Delaune, Lafourcade, Lugiez, Treinen, 2006]
  - Diffie-Hellman : [Chevalier, Küster, Rusinowitch, Turuani, 2003]
  - CBC et camouflage : [Cortier, Rusinowitch, Zalinescu, 2005]
  - Chiffrement probabiliste et attaques par dictionnaire : [Delaune, Jacquemard, 2004]

# Plan

- 1 Cas passif : introduction
- 2 Protocoles comme capacité supplémentaire de l'intrus
- 3 Théorème de normalisation
- 4 Algorithme de décision

# Plan

- 1 Cas passif : introduction
- 2 Protocoles comme capacité supplémentaire de l'intrus
- 3 Théorème de normalisation
- 4 Algorithme de décision

# L'intrus passif

L'intrus passif peut **observer** les messages qui circulent sur le réseau.

Cependant, il ne peut pas les modifier ou en envoyer.

Il dispose d'un système de **règles d'inférences** pour déduire des termes dont le but est de construire des preuves menant à un **secret  $s$** .

## Systeme d'inférence de Dolev-Yao

$$\begin{array}{c}
 \frac{T \vdash m_1 \quad T \vdash m_2}{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle} \quad
 \frac{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle}{T \vdash m_1} \quad
 \frac{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle}{T \vdash m_2} \\
 \\
 \frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k} \quad
 \frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m} \quad
 \frac{m \in T}{T \vdash m}
 \end{array}$$

# L'intrus passif

L'intrus passif peut **observer** les messages qui circulent sur le réseau.

Cependant, il ne peut pas les modifier ou en envoyer.

Il dispose d'un système de **règles d'inférences** pour déduire des termes dont le but est de construire des preuves menant à un **secret  $s$** .

## Systeme d'inférence de Dolev-Yao

$$\frac{T \vdash m_1 \quad T \vdash m_2}{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle}$$

$$\frac{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle}{T \vdash m_1}$$

$$\frac{T \vdash \langle m_1, m_2 \rangle}{T \vdash m_2}$$

$$\frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k}$$

$$\frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m}$$

$$\frac{m \in T}{T \vdash m}$$



# Problème du secret

Le problème de déductibilité du secret est généralement **décidable** grâce à une propriété de sous-formule [Comon-Lundh, Treinen, 2003] appelée **localité** selon [McAllester, 1993].

## Théorème (Localité)

*Pour toute preuve  $\Pi$  de  $T \vdash s$  dans le système d'inférence de Dolev-Yao, il existe une preuve  $\Pi'$  de  $T \vdash s$  telle que :*

- *si  $\Pi'$  termine par un chiffrement ou un appariement, alors  $\Pi'$  n'utilise que des sous-termes de  $T \cup \{s\}$*
- *sinon,  $\Pi'$  n'utilise que des sous-termes de  $T$*

# Problème du secret

Le problème de déductibilité du secret est généralement **décidable** grâce à une propriété de sous-formule [Comon-Lundh, Treinen, 2003] appelée **localité** selon [McAllester, 1993].

## Théorème (Localité)

*Pour toute preuve  $\Pi$  de  $T \vdash s$  dans le système d'inférence de **Dolev-Yao**, il existe une preuve  $\Pi'$  de  $T \vdash s$  telle que :*

- *si  $\Pi'$  termine par un chiffrement ou un appariement, alors  $\Pi'$  n'utilise que des sous-termes de  $T \cup \{s\}$*
- *sinon,  $\Pi'$  n'utilise que des sous-termes de  $T$*

# Preuve du théorème de localité

On procède par récurrence sur la taille de la preuve.

- Cas de base :

$$\frac{}{T, u \vdash u}$$

$u$  est bien sous-terme de  $T, u$ .

- Cas récursif. On examine la dernière règle.

• Déchiffrement ou appariement

$$\frac{T_1, \dots, T_k \vdash u_1 \quad \dots \quad T_1, \dots, T_k \vdash u_k}{T, u \vdash u}$$

$u_1$  et  $u_k$  sous-terme de  $u$

• Déchiffrement ou projection

$$\frac{T_1, \dots, T_k \vdash T_1 \quad \dots \quad T_1, \dots, T_k \vdash T_k}{T, u \vdash u}$$

$u$  est soit d'une décomposition, soit d'un déchiffrement, soit d'un appariement.

Dans ce cas, on dispose d'une preuve  $T_1, \dots, T_k \vdash u_i$ .

# Preuve du théorème de localité

On procède par récurrence sur la taille de la preuve.

- Cas de base :

$$\frac{}{T, u \vdash u}$$

$u$  est bien sous-terme de  $T, u$ .

- Cas récursif. On examine la dernière règle.

① Chiffrement ou appariement :

$$\frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k}$$

$m$  et  $k$  sous-termes de  $\{m\}_k$

② Déchiffrement ou projection :

$$\frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m}$$

On peut aussi utiliser la projection dans le cas d'un chiffrement :

③ Cas où l'on utilise la projection :

# Preuve du théorème de localité

On procède par récurrence sur la taille de la preuve.

- Cas de base :

$$\frac{}{T, u \vdash u}$$

$u$  est bien sous-terme de  $T, u$ .

- Cas récursif. On examine la dernière règle.

- 1 Chiffrement ou appariement :

$$\frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k}$$

$m$  et  $k$  sous-termes de  $\{m\}_k$

- 2 Déchiffrement ou projection :

$$\frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m}$$

$\{m\}_k$  provient soit d'une décomposition, soit d'un chiffrement. Dans le second cas, on dispose d'une preuve plus courte de  $m$ .

# Preuve du théorème de localité

On procède par récurrence sur la taille de la preuve.

- Cas de base :

$$\frac{}{T, u \vdash u}$$

$u$  est bien sous-terme de  $T, u$ .

- Cas récursif. On examine la dernière règle.

- 1 Chiffrement ou appariement :

$$\frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k}$$

$m$  et  $k$  sous-termes de  $\{m\}_k$

- 2 Déchiffrement ou projection :

$$\frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m}$$

$\{m\}_k$  provient soit d'une décomposition, soit d'un chiffrement. Dans le second cas, on dispose d'une preuve plus courte de  $m$ .

# Preuve du théorème de localité

On procède par récurrence sur la taille de la preuve.

- Cas de base :

$$\frac{}{T, u \vdash u}$$

$u$  est bien sous-terme de  $T, u$ .

- Cas récursif. On examine la dernière règle.

- 1 Chiffrement ou appariement :

$$\frac{T \vdash m \quad T \vdash k}{T \vdash \{m\}_k}$$

$m$  et  $k$  sous-termes de  $\{m\}_k$

- 2 Déchiffrement ou projection :

$$\frac{T \vdash \{m\}_k \quad T \vdash k}{T \vdash m}$$

$\{m\}_k$  provient soit d'une décomposition, soit d'un chiffrement. Dans le second cas, on dispose d'une preuve plus courte de  $m$ .

# Preuve du théorème de localité

$$\frac{\frac{\frac{\Pi_1}{T \vdash m} \quad \frac{\Pi_2}{T \vdash k}}{T \vdash \{m\}_k} \quad \frac{\Pi_3}{T \vdash k}}{T \vdash m} \rightarrow \frac{\Pi_1}{T \vdash m}$$



# Objectif

- Prendre en paramètre la **théorie de l'intrus** dans le cadre de la **vérification automatique** des protocoles et traiter de manière uniforme les cas nombre **fixe et non borné de sessions**.
- Généraliser la propriété de localité à **l'intrus actif** : les règles de protocole s'ajoutent au pouvoir de l'intrus.

# Plan

- 1 Cas passif : introduction
- 2 Protocoles comme capacité supplémentaire de l'intrus**
- 3 Théorème de normalisation
- 4 Algorithme de décision

# Inclure les règles de protocole dans le pouvoir de l'intrus

Le protocole de Needham-Schroeder est décrit suivant ce formalisme :

« Alice »

	réception	→	émission
1.		→	$\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$
2.	$\{N_A, x\}_{\text{pub}(A)}$	→	$\{x\}_{\text{pub}(B)}$

« Bob »

	réception	→	émission
1.	$\{y, z\}_{\text{pub}(B)}$	→	$\{z, N_B\}_{\text{pub}(y)}$
2.	$\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$	→	

Si  $u \longrightarrow v$  est une règle de protocole, pour tout  $\sigma$  :

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma}$$

Il n'y a pas de contrôle sur  $\sigma$ . Difficile d'obtenir la **localité**.

# Inclure les règles de protocole dans le pouvoir de l'intrus

Le protocole de Needham-Schroeder est décrit suivant ce formalisme :

« Alice »

	réception	→	émission
1.		→	$\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$
2.	$\{N_A, x\}_{\text{pub}(A)}$	→	$\{x\}_{\text{pub}(B)}$

« Bob »

	réception	→	émission
1.	$\{y, z\}_{\text{pub}(B)}$	→	$\{z, N_B\}_{\text{pub}(y)}$
2.	$\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$	→	

Si  $u \longrightarrow v$  est une règle de protocole, pour tout  $\sigma$  :

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma}$$

Il n'y a pas de contrôle sur  $\sigma$ . Difficile d'obtenir la localité.

# Inclure les règles de protocole dans le pouvoir de l'intrus

Le protocole de Needham-Schroeder est décrit suivant ce formalisme :

« Alice »

	réception	→	émission
1.		→	$\{A, N_A\}_{\text{pub}(B)}$
2.	$\{N_A, x\}_{\text{pub}(A)}$	→	$\{x\}_{\text{pub}(B)}$

« Bob »

	réception	→	émission
1.	$\{y, z\}_{\text{pub}(B)}$	→	$\{z, N_B\}_{\text{pub}(y)}$
2.	$\{N_B\}_{\text{pub}(B)}$	→	

Si  $u \longrightarrow v$  est une règle de protocole, pour tout  $\sigma$  :

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma}$$

Il n'y a pas de contrôle sur  $\sigma$ . Difficile d'obtenir la **localité**.

## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma} \rightarrow$$

L'intrus peut également instancier des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints : Cela comprend l'axiome :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S} \qquad \frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$

## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma} \quad \rightarrow \quad \frac{T \vdash u \llbracket \sigma \rrbracket}{T \vdash v \llbracket \sigma \rrbracket}$$

L'intrus peut également *instancier* des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints : Cela comprend l'axiome :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S} \qquad \frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$

## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma} \rightarrow \frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket} \mathcal{P}$$

L'intrus peut également instancier des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints : Cela comprend l'axiome :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S} \quad \frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$



## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u \sigma}{T \vdash v \sigma} \rightarrow \frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket} \mathcal{P}$$

L'intrus peut également **instancier** des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints : Cela comprend l'axiome :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S} \quad \frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$

## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u \sigma}{T \vdash v \sigma} \rightarrow \frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket} \mathcal{P}$$

L'intrus peut également **instancier** des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S}$$

Cela comprend l'axiome :

$$\frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$

## Notre approche : utiliser des séquents contraints

Dans [Rusinowitch, Turuani, 2001],  $\sigma$  est bornée par une propriété de sous-formule. Notre approche consiste alors à conserver  $\sigma$  à part.

$$\frac{T \vdash u\sigma}{T \vdash v\sigma} \rightarrow \frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket} \mathcal{P}$$

L'intrus peut également **instancier** des termes :

$$\frac{T \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{T \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket} \mathcal{I}$$

Les règles de base sont étendues aux séquents contraints : Cela comprend l'axiome :

$$\frac{T \vdash m \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash k \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{m\}_k \llbracket E_1 \wedge E_2 \rrbracket} \mathcal{S} \qquad \frac{m \in T}{T \vdash m \llbracket \rrbracket}$$

# Correction et complétude

## Théorème

$T \vdash s \llbracket E \rrbracket$  est déductible et  $E$  satisfaisable si et seulement s'il existe une attaque contre le *secret*  $s$  sur le protocole.

Nous travaillons avec un nombre fixe ou non borné de sessions.

# Correction et complétude

## Théorème

$T \vdash s \llbracket E \rrbracket$  est déductible et  $E$  satisfaisable si et seulement s'il existe une attaque contre le *secret*  $s$  sur le protocole.

Nous travaillons avec un nombre *fixe ou non borné* de sessions.

# Plan

- 1 Cas passif : introduction
- 2 Protocoles comme capacité supplémentaire de l'intrus
- 3 Théorème de normalisation**
- 4 Algorithme de décision

# Énoncé dans le cas de Dolev-Yao

Dans le cas de Dolev-Yao, il est possible d'étendre le théorème de localité ainsi :

## Théorème (Normalisation dans le cas de Dolev-Yao)

*Il existe une fonction  $F$  tel que pour tout protocole  $V$  et tout ensemble de termes  $T$ ,  $T \vdash s \llbracket E \rrbracket$  est déductible et  $E$  satisfaisable si et seulement s'il existe une preuve n'utilisant que des séquents  $T \vdash u \llbracket E' \rrbracket$  où :*

- $u \in F(V, T, s)$  si  $u$  est issu d'une composition et  $u \in F(V, T)$  sinon
- $E'$  est constitué d'égalités entre termes de  $F(V, T)$ .

La preuve se fait par récurrence sur la taille de  $T \vdash s \llbracket E \rrbracket$ . On discrimine sur la dernière règle.

# Énoncé dans le cas de Dolev-Yao

Dans le cas de Dolev-Yao, il est possible d'étendre le théorème de localité ainsi :

## Théorème (Normalisation dans le cas de Dolev-Yao)

*Il existe une fonction  $F$  tel que pour tout protocole  $V$  et tout ensemble de termes  $T$ ,  $T \vdash s \llbracket E \rrbracket$  est déductible et  $E$  satisfaisable si et seulement s'il existe une preuve n'utilisant que des séquents  $T \vdash u \llbracket E' \rrbracket$  où :*

- $u \in F(V, T, s)$  si  $u$  est issu d'une composition et  $u \in F(V, T)$  sinon
- $E'$  est constitué d'égalités entre termes de  $F(V, T)$ .

La preuve se fait par récurrence sur la taille de  $T \vdash s \llbracket E \rrbracket$ . On discrimine sur la dernière règle.



# Règle de protocole

$$\frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket}$$

- $v$  est sous-terme de  $V$  donc dans  $F(V, T)$ .
- si  $w$  est dans  $F(V, T)$ , l'hypothèse de récurrence suffit pour conclure.
- sinon,  $w$  est issu de **compositions** et on peut alors remplacer certains sous-termes de  $w$ , liés à une variable de  $u$ , par  $\star$  pour obtenir une preuve de  $T \vdash w' \llbracket E' \rrbracket$  où  $w' \in F(V, T)$ .

Exemple avec  $w = \{\{a\}_b\}_c$ ,  $u = \{x\}_c$  et  $\{a\}_b \notin F(V, T)$  :

$$\frac{\frac{T \vdash a \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash b \llbracket E_2 \rrbracket}{T \vdash \{a\}_b \llbracket \dots \rrbracket} \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\{a\}_b\}_c \llbracket \dots \rrbracket} \quad \rightarrow \quad \frac{T \vdash \star \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\star\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

# Règle de protocole

$$\frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket}$$

- $v$  est sous-terme de  $V$  donc dans  $F(V, T)$ .
- si  $w$  est dans  $F(V, T)$ , l'hypothèse de récurrence suffit pour conclure.
- sinon,  $w$  est issu de **compositions** et on peut alors remplacer certains sous-termes de  $w$ , liés à une variable de  $u$ , par  $\star$  pour obtenir une preuve de  $T \vdash w' \llbracket E' \rrbracket$  où  $w' \in F(V, T)$ .

Exemple avec  $w = \{\{a\}_b\}_c$ ,  $u = \{x\}_c$  et  $\{a\}_b \notin F(V, T)$  :

$$T \vdash a \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash b \llbracket E_2 \rrbracket$$

$$\frac{T \vdash \{a\}_b \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\{a\}_b\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

$$\rightarrow \frac{T \vdash \star \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\star\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

# Règle de protocole

$$\frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket}$$

- $v$  est sous-terme de  $V$  donc dans  $F(V, T)$ .
- si  $w$  est dans  $F(V, T)$ , l'hypothèse de récurrence suffit pour conclure.
- sinon,  $w$  est issu de **compositions** et on peut alors remplacer certains sous-termes de  $w$ , liés à une variable de  $u$ , par  $\star$  pour obtenir une preuve de  $T \vdash w' \llbracket E' \rrbracket$  où  $w' \in F(V, T)$ .

Exemple avec  $w = \{\{a\}_b\}_c$ ,  $u = \{x\}_c$  et  $\{a\}_b \notin F(V, T)$  :

$$T \vdash a \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash b \llbracket E_2 \rrbracket$$

$$\frac{T \vdash \{a\}_b \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\{a\}_b\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

$$\rightarrow \frac{T \vdash \star \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\star\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

# Règle de protocole

$$\frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket}$$

- $v$  est sous-terme de  $V$  donc dans  $F(V, T)$ .
- si  $w$  est dans  $F(V, T)$ , l'hypothèse de récurrence suffit pour conclure.
- sinon,  $w$  est issu de **compositions** et on peut alors remplacer certains sous-termes de  $w$ , liés à une variable de  $u$ , par  $\star$  pour obtenir une preuve de  $T \vdash w' \llbracket E' \rrbracket$  où  $w' \in F(V, T)$ .

Exemple avec  $w = \{\{a\}_b\}_c$ ,  $u = \{x\}_c$  et  $\{a\}_b \notin F(V, T)$  :

$$T \vdash a \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash b \llbracket E_2 \rrbracket$$

$$\frac{T \vdash \{a\}_b \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\{a\}_b\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

$$\rightarrow \frac{T \vdash \star \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\star\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

# Règle de protocole

$$\frac{T \vdash w \llbracket E \rrbracket}{T \vdash v \llbracket E \wedge u = w \rrbracket}$$

- $v$  est sous-terme de  $V$  donc dans  $F(V, T)$ .
- si  $w$  est dans  $F(V, T)$ , l'hypothèse de récurrence suffit pour conclure.
- sinon,  $w$  est issu de **compositions** et on peut alors remplacer certains sous-termes de  $w$ , liés à une variable de  $u$ , par  $\star$  pour obtenir une preuve de  $T \vdash w' \llbracket E' \rrbracket$  où  $w' \in F(V, T)$ .

Exemple avec  $w = \{\{a\}_b\}_c$ ,  $u = \{x\}_c$  et  $\{a\}_b \notin F(V, T)$  :

$$T \vdash a \llbracket E_1 \rrbracket \quad T \vdash b \llbracket E_2 \rrbracket$$

$$\frac{T \vdash \{a\}_b \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\{a\}_b\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

$$\rightarrow \frac{T \vdash \star \llbracket \dots \rrbracket \quad T \vdash c \llbracket E_3 \rrbracket}{T \vdash \{\star\}_c \llbracket \dots \rrbracket}$$

# Règle d'instanciation

$$\frac{\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}$$

Après application de l'hypothèse de récurrence, deux cas peuvent se présenter :

- 1 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E' \rrbracket$ . Dans ce cas, on applique l'instanciation comme auparavant.  $u \in F(V, \mathcal{T})$  par hypothèse de récurrence.
- 2 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$ . Il nous faut chercher une preuve de  $\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$  d'une autre façon.

# Règle d'instanciation

$$\frac{\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}$$

Après application de l'hypothèse de récurrence, deux cas peuvent se présenter :

- 1 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E' \rrbracket$ . Dans ce cas, on applique l'instanciation comme auparavant.  $u \in F(V, \mathcal{T})$  par hypothèse de récurrence.
- 2 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$ . Il nous faut chercher une preuve de  $\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$  d'une autre façon.

# Règle d'instanciation

$$\frac{\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}{\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = u \wedge E \rrbracket}$$

Après application de l'hypothèse de récurrence, deux cas peuvent se présenter :

- 1 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = u \wedge E' \rrbracket$ . Dans ce cas, on applique l'instanciation comme auparavant.  $u \in F(V, \mathcal{T})$  par hypothèse de récurrence.
- 2 On obtient une preuve de  $\mathcal{T} \vdash x \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$ . Il nous faut chercher une preuve de  $\mathcal{T} \vdash u \llbracket x = \star \wedge E' \rrbracket$  d'une autre façon.



## Règle d'instanciation

$$\begin{array}{c}
T \vdash u \ [\dots] \\
\vdots \\
\mathcal{C} \\
\vdots \\
T \vdash w \ [\dots] \\
\hline
T \vdash v \ [x = u \wedge \dots] \quad \mathcal{P} \\
\vdots \\
T \vdash x \ [x = u \wedge \dots] \\
\hline
T \vdash u \ [x = u \wedge \dots] \quad \mathcal{I}
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{c}
T \vdash \star \ [\dots] \\
\vdots \\
\mathcal{C} \\
\vdots \\
T \vdash w[u \leftarrow \star] \ [\dots] \\
\hline
T \vdash v \ [x = \star \wedge \dots] \quad \mathcal{P} \\
\vdots \\
T \vdash x \ [x = \star \wedge \dots] \\
\hline
T \vdash \star \ [x = \star \wedge \dots] \quad \mathcal{I}
\end{array}$$

On dispose d'une preuve de  $u$  dans la preuve originale!

## Règle d'instanciation

$$\begin{array}{c}
 T \vdash u \ [\dots] \\
 \vdots \\
 \mathcal{C} \\
 \vdots \\
 T \vdash w \ [\dots] \\
 \hline
 T \vdash v \ [x = u \wedge \dots] \quad \mathcal{P} \\
 \vdots \\
 T \vdash x \ [x = u \wedge \dots] \\
 \hline
 T \vdash u \ [x = u \wedge \dots] \quad \mathcal{I}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{c}
 T \vdash \star \ [\dots] \\
 \vdots \\
 \mathcal{C} \\
 \vdots \\
 T \vdash w[u \leftarrow \star] \ [\dots] \\
 \hline
 T \vdash v \ [x = \star \wedge \dots] \quad \mathcal{P} \\
 \vdots \\
 T \vdash x \ [x = \star \wedge \dots] \\
 \hline
 T \vdash \star \ [x = \star \wedge \dots] \quad \mathcal{I}
 \end{array}$$

On dispose d'une preuve de  $u$  dans la preuve originale !

## Généralisation à d'autres intrus

On souhaite généraliser le théorème précédent à des intrus disposant de capacités supplémentaires :

**CBC** L'intrus est capable d'obtenir le préfixe d'un chiffré :

$$\frac{T \vdash \{m_1, m_2\}_k}{T \vdash \{m_1\}_k}$$

Signature en aveugle L'intrus est capable d'effectuer des signatures en aveugle [Chaum, 1982] :

$$\frac{T \vdash \text{sign}(\text{blind}(m, r), sk) \quad T \vdash r}{T \vdash \text{sign}(m, sk)}$$

$$\frac{T \vdash \text{blind}(m, r) \quad T \vdash r}{T \vdash m}$$

$$\frac{T \vdash \text{sign}(m, sk) \quad T \vdash \text{pk}(sk)}{T \vdash m}$$

## Généralisation à d'autres intrus

On souhaite généraliser le théorème précédent à des intrus disposant de capacités supplémentaires :

**CBC** L'intrus est capable d'obtenir le préfixe d'un chiffré :

$$\frac{T \vdash \{m_1, m_2\}_k}{T \vdash \{m_1\}_k}$$

**Signature en aveugle** L'intrus est capable d'effectuer des signatures en aveugle [Chaum, 1982] :

$$\frac{T \vdash \text{sign}(\text{blind}(m, r), sk) \quad T \vdash r}{T \vdash \text{sign}(m, sk)}$$

$$\frac{T \vdash \text{blind}(m, r) \quad T \vdash r}{T \vdash m}$$

$$\frac{T \vdash \text{sign}(m, sk) \quad T \vdash \text{pk}(sk)}{T \vdash m}$$

# Indécidabilité

Dans le cas général, on peut montrer par réduction du problème de Post, que la recherche du secret en nombre fixe de sessions est **indécidable**.

On est donc amené à prendre certaines restrictions sur les règles de composition et décomposition.

# Indécidabilité

Dans le cas général, on peut montrer par réduction du problème de Post, que la recherche du secret en nombre fixe de sessions est **indécidable**. On est donc amené à prendre certaines restrictions sur les règles de **composition et décomposition**.

# Restriction sur les compositions

Désormais, une règle de **composition** est de la forme :

$$\frac{T \vdash u_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash u_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash f(u_1, \dots, u_n) \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{C}$$

# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,

• soit  $t$  est une variable et  $t_i$  est une variable.

• soit  $t$  est un constructeur et  $t_i$  est de profondeur 1.

• soit  $t$  est  $\lambda x. t'$  et  $t_i$  est de profondeur 1.



# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,
  - soit  $t$  est une variable de  $t_i$ ,
  - soit  $t$  est un constructeur et  $t$  est de profondeur 1,
  - soit  $t$  est un constructeur et  $t$  est de profondeur 1.

# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,
  - soit  $t$  est une **variable** de  $t_i$ ,
  - soit  $t$  est un **sous-terme** de  $t_i$  et  $t$  est de profondeur 1,
  - soit  $t_i = C[f(u_1, \dots, u_m)]$  et  $t = C[u_i]$

# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,
  - soit  $t$  est une **variable de  $t_i$** ,
  - soit  $t$  est un sous-terme de  $t_i$  et  $t$  est de profondeur 1,
  - soit  $t_i = C[f(u_1, \dots, u_m)]$  et  $t = C[u_i]$

# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,
  - soit  $t$  est une **variable de  $t_i$** ,
  - soit  $t$  est un **sous-terme de  $t_i$**  et  $t$  est de profondeur 1,
  - soit  $t_i = C[f(u_1, \dots, u_m)]$  et  $t = C[u_i]$

# Restriction sur les décompositions

Les règles de **décomposition** sont de la forme :

$$\frac{T \vdash t_1 \llbracket E_1 \rrbracket \quad \dots \quad T \vdash t_n \llbracket E_n \rrbracket}{T \vdash t \llbracket E_1 \wedge \dots \wedge E_n \rrbracket} \mathcal{D}$$

Elles vérifient l'une des conditions suivantes :

- ① chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 1.
- ② chaque  $t_i$  est de profondeur au plus 2 et pour chaque  $t_i$  de profondeur 2,
  - soit  $t$  est une **variable de  $t_i$** ,
  - soit  $t$  est un **sous-terme de  $t_i$**  et  $t$  est de profondeur 1,
  - soit  $t_i = C[f(u_1, \dots, u_m)]$  et  $t = C[u_i]$

# Théorème de normalisation

## Théorème (Normalisation de preuve)

*Pour tout intrus respectant la propriété de localité et dont les règles de composition et décomposition sont de la forme évoquée auparavant, il existe  $F$  tel que pour tout protocole  $V$  et tout ensemble de termes  $T$ ,  $T \vdash s \llbracket E \rrbracket$  est déductible et  $E$  satisfaisable si et seulement s'il existe une preuve n'utilisant que des séquents  $T \vdash u \llbracket E' \rrbracket$  où :*

- $u \in F(V, T, s)$  si  $u$  est issu d'une composition et  $u \in F(V, T)$  sinon
- $E'$  est constitué d'égalités entre termes de  $F(V, T)$ .

# Plan

- 1 Cas passif : introduction
- 2 Protocoles comme capacité supplémentaire de l'intrus
- 3 Théorème de normalisation
- 4 Algorithme de décision**

# Décision en nombre fixe de sessions

Le théorème de normalisation admet le corollaire suivant :

## Théorème

*S'il existe une attaque **en nombre fixe de sessions** contre le **secret  $s$**  sur le protocole alors il existe une preuve de cette attaque telle que tous les séquents sont dans un **ensemble fini calculable**.*

Cela nous permet d'obtenir un **algorithme de décision** par énumération des séquents **accessibles** et recherche du secret  $s$  parmi eux.



# Décision en nombre fixe de sessions

Le théorème de normalisation admet le corollaire suivant :

## Théorème

*S'il existe une attaque **en nombre fixe de sessions** contre le **secret s** sur le protocole alors il existe une preuve de cette attaque telle que tous les séquents sont dans un **ensemble fini calculable**.*

Cela nous permet d'obtenir un **algorithme de décision** par énumération des séquents **accessibles** et recherche du secret  $s$  parmi eux.

# Recherche d'attaque

Nous avons conçu un algorithme plus intelligent qui fonctionne également en **nombre non borné de sessions** et permet d'adopter une **stratégie de recherche**.

On effectue une **recherche en arrière** parmi les preuves en forme normale en construisant de manière  **paresseuse** la contrainte.

# Recherche d'attaque

Nous avons conçu un algorithme plus intelligent qui fonctionne également en **nombre non borné de sessions** et permet d'adopter une **stratégie de recherche**.

On effectue une **recherche en arrière** parmi les preuves en forme normale en construisant de manière  **paresseuse** la contrainte.

# Par rapport à l'existant

On retrouve le résultat de décision de [Rusinowitch, Turuani, 2001] dans le cas de Dolev-Yao.

On obtient un algorithme de décision en nombre fixe de sessions pour les signatures en aveugle.

# Par rapport à l'existant

On retrouve le résultat de décision de [Rusinowitch, Turuani, 2001] dans le cas de Dolev-Yao.

On obtient un algorithme de décision en nombre fixe de sessions pour les signatures en aveugle.

# Conclusion et perspectives

## Contributions

- **objectif atteint** : extension des propriétés de **localité** au cas actif
- algorithme **correct et complet** pour un nombre **fixe et non borné** de sessions

## Perspectives

- Réaliser une implantation de l'algorithme
- Généraliser le résultat principal en imposant moins de restrictions et en acceptant la formulationnelle AC

# Conclusion et perspectives

## Contributions

- **objectif atteint** : extension des propriétés de **localité** au cas actif
- algorithme **correct et complet** pour un nombre **fixe et non borné** de sessions

## Perspectives

- Réaliser une implantation de l'algorithme
- Généraliser le résultat principal en imposant moins de restrictions et en acceptant la théorie équationnelle AC

# Conclusion et perspectives

## Contributions

- **objectif atteint** : extension des propriétés de **localité** au cas actif
- algorithme **correct et complet** pour un nombre **fixe et non borné** de sessions

## Perspectives

- Réaliser une **implantation** de l'algorithme
- Généraliser le résultat principal en imposant **moins de restrictions** et en acceptant la théorie équationnelle **AC**



# Conclusion et perspectives

## Contributions

- **objectif atteint** : extension des propriétés de **localité** au cas actif
- algorithme **correct et complet** pour un nombre **fixe et non borné** de sessions

## Perspectives

- Réaliser une **implantation** de l'algorithme
- Généraliser le résultat principal en imposant **moins de restrictions** et en acceptant la théorie équationnelle **AC**